RAN-18030002010300 31

**D**

# RAN-1803000201030031

## First Year B. Sc. (Sem. I) Examination

## March / April - 2019

## Mathematics Paper : MTH - 101 (Trigonometry)

**Time: 2 Hours ]** **[ Total Marks: 50**

**સૂચના : / Instructions**

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
**Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book**

Name of the Examination:

☛ First Year B. Sc. (Sem. I)

Name of the Subject :

☛ Mathematics Paper : MTH - 101 (Trigonometry)

Subject Code No.: 1803000201030031

Seat No.:

Student's Signature

*O.M.R. Sheet ભરવા અંગેની અગત્યની સૂચનાઓ આપેલ O.M.R. Sheetની પાછળ છાપેલ છે.*
*Important instructions to fillup O.M.R. Sheet are given on back side of the provided O.M.R. Sheet.*

1) આ પ્રશ્નપત્રમાં કુલ ચાર વિભાગો A, B, C અને D થઈને 18 પ્રશ્નો છે.

1) There are FOUR sections in the question paper A, B, C and D having total 18 questions

2) દરેક પ્રશ્નનો ફક્ત એક જ સાચો ઉત્તર છે.

2) There is only ONE correct answer for each question.

3) પ્રચલિત સંકેતોને અનુસરો.

3) Follow usual symbols.

4) પરીક્ષાનો સમય 2 કલાકનો છે.

4) The EXAM is of 2 hours duration.

## વિભાગ A

**(પ્રશ્ન ક્રમાંક 1 થી 4, દરેકનો 1 ગુણ છે.)**

1. $\text{Log}_e\ (\cos\theta, + i \sin \theta) =$ _____

(A) $(n\pi + \theta)i$ (B) $(2n + \theta)\pi i$

(C) $(2n - \theta)\pi i$ (D) $(2n\pi - \theta)i$

2. $\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{27} =$ _____

(A) 1 (B) –1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

3. $\tan a^0 =$ _____

(A) $\frac{\pi a}{180} - \frac{1}{3}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^3 + \frac{2}{5}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^5 - \ldots.$

(B) $\frac{\pi a}{180} + \frac{1}{3!}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^3 + \frac{2}{5!}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^5 + \ldots.$

(C) $\frac{\pi a}{180} + \frac{1}{3}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^3 + \frac{2}{5}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^5 + \ldots.$

(D) $\frac{\pi a}{180} - \frac{1}{3!}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^3 + \frac{2}{5!}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^5 - \ldots.$

4. $\theta$ ની કોઈપણ વાસ્તવિક અથવા સંકર કિમત માટે $e^{i\theta} =$ _____ છે.

(A) $\cos\ \theta + i \sin\ \theta$ (B) $\cos\ \theta - i \sin\ \theta$

(C) $\sin\ \theta + i \cos\ \theta$ (D) $\sin\ \theta - i \cos\ \theta$

## વિભાગ B

**(પ્રશ્ન ક્રમાંક 5 થી 8, દરેકનો 2 ગુણ છે.)** **8**

5. $\frac{1-\cosh\theta+\sinh\theta}{1+\cosh\theta-\sinh\theta}$ = _____

(A) $\coth\frac{\theta}{2}$ (B) $\tanh\frac{\theta}{2}$

(C) $\tan\frac{\theta}{2}$ (D) $\cot\frac{\theta}{2}$

6. જો $\tanh\frac{x}{2}=\tan\frac{x}{2}$ , હોય તો $\sec x$ = _____

(A) cosech $x$ (B) sech $x$

(C) cosh $x$ (D) coth $x$

7. $\tan^{-1}\left(i\frac{x-a}{x+a}\right)$ = _____

(A) $-\frac{i}{2}\log\frac{a}{x}$ (B) $\frac{i}{2}\log\frac{a}{x}$

(C) $-\frac{1}{2}\log\frac{a}{x}$ (D) $\frac{1}{2}\log\frac{a}{x}$

8. $\sin 11\theta$ ના વિસ્તરણનું છેલ્લું પદ _____ છે.

(A) $\sin^{11}\theta$ (B) $-11\cos\theta\ \sin^{10}\theta$

(C) $11\cos\theta\ \sin^{10}\theta$ (D) $-\sin^{11}\theta$

## વિભાગ C

**(પ્રશ્ન ક્રમાંક 9 થી 14, દરેકના 3 ગુણ છે.)** **18**

9. $\operatorname{cosec}(\alpha+i\beta)$ નો કાલ્પનિક ભાગ _____ છે.

(A) $\frac{2\cos\alpha\sinh\beta}{\cosh 2\beta-\cos 2\alpha}$ (B) $\frac{-2\cos\alpha\sinh\beta}{\cosh 2\alpha-\cos 2\beta}$

(C) $\frac{2\cos\alpha\sinh\beta}{\cosh 2\alpha-\cos 2\beta}$ (D) $\frac{-2\cos\alpha\sinh\beta}{\cosh 2\beta-\cos 2\alpha}$

10. $i^i =$ _____ .

(A) $e^{-\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$ (B) $e^{-\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$

(c) $e^{\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$ (D) $e^{\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$

11. $\left(\frac{1+\cos\theta-i\sin\theta}{1+\cos\theta+i\sin\theta}\right)^n =$ _____ $(n \in N)$

(A) $\cos n\theta + i\sin n\theta$ (B) $\cos n\frac{\theta}{2} - i\sin n\frac{\theta}{2}$

(C) $\cos n\theta - i\sin n\theta$ (D) $\cos n\frac{\theta}{2} + i\sin n\frac{\theta}{2}$

12. $\cos 9\theta$, $\sec\theta$ = _____

(A) $\cos^8\theta+36\cos^6\theta\ \sin^2\theta+126\cos^4\theta\sin^4\theta+84\cos^2\theta\sin^6\theta+9\sin^8\theta$

(B) $\cos^8\theta-84\cos^6\theta\ \sin^2\theta+126\cos^4\theta\sin^4\theta-36\cos^2\theta\sin^6\theta+9\sin^8\theta$

(C) $\cos^8\theta+84\cos^6\theta\ \sin^2\theta+126\cos^4\theta\sin^4\theta+36\cos^2\theta\sin^6\theta+9\sin^8\theta$

(D) $\cos^8\theta-36\cos^6\theta\ \sin^2\theta+126\cos^4\theta\sin^4\theta-84\cos^2\theta\sin^6\theta+9\sin^8\theta$

13. $\cosh^{-1}(\coth\theta) =$ _____

(A) $\log\coth\frac{\theta}{2}$ (B) $\log\cot\frac{\theta}{2}$

(C) $\log\tanh\frac{\theta}{2}$ (D) $\log\tan\frac{\theta}{2}$

14. જો $\sin(u+iv) = x+iy$, હોય તો $\frac{x^2}{\sin^2 u} =$ _____

(A) $1-\frac{y^2}{\cos^2 u}$ (B) $1+\frac{y^2}{\cos^2 u}$

(C) $-1-\frac{y^2}{\cos^2 u}$ (D) $-1+\frac{y^2}{\cos^2 u}$

## વિભાગ D

**(પ્રશ્ન ક્રમાંક 15 થી 18, દરેકના 5 ગુણ છે.)** **20**

15. જો $\sinh(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$, હોય તો $\cos^4\phi =$ _____

(A) $\cos^2\theta$ (B) $\cos^2\alpha$

(C) $\sin^2\alpha$ (D) $\sin^2\theta$

16. $\log_e \sin(x + iy)$ નો વાસ્તવિક ભાગ _____ છે.

(A) $\frac{1}{2}\log_e\left[\frac{\cosh 2x - \cos 2y}{2}\right]$ (B) $\frac{1}{2}\log_e\left[\frac{\cosh 2y + \cos 2x}{2}\right]$

(C) $\frac{1}{2}\log_e\left[\frac{\cosh 2y - \cos 2x}{2}\right]$ (D) $\frac{1}{2}\log_e\left[\frac{\cosh 2x + \cos 2y}{2}\right]$

17. જો સમીકરણ $x^2 - 2x+4=0$ ના બીજ $\alpha$ અને $\beta$ હોય તો

$\alpha^n + \beta^n =$ _____ $(n \in N)$

(A) $2^{n+1}\cos\frac{n\pi}{3}$ (B) $2^{n-1}\cos\frac{n\pi}{3}$

(C) $2^{n+1}\cos\frac{n\pi}{6}$ (D) $2^{n-1}\cos\frac{n\pi}{6}$

18. $\lim_{\theta\to 0}\frac{b^2\sin^2 a\theta - a^2\sin^2 b\theta}{b^2\tan^2 a\theta - a^2\tan^2 b\theta} =$ _____

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{b}{a}$

(C) $\frac{b}{a}$ (D) $-\frac{1}{2}$

## ENGLISH VERSION

### SECTION A
**(Question number 1 to 4, each is of 1 mark)** 4

1. $\text{Log}_e(\cos\theta, + i \sin \theta) =$ _____

   (A) $(n\pi + \theta)i$ (B) $(2n + \theta)\pi i$

   (C) $(2n - \theta)\pi i$ (D) $(2n\pi - \theta)i$

2. $\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{27} =$ _____

   (A) 1 (B) –1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

3. $\tan a^0 =$ _____

   (A) $\frac{\pi a}{180} - \frac{1}{3}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^3 + \frac{2}{5}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^5 - \ldots.$

   (B) $\frac{\pi a}{180} + \frac{1}{3!}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^3 + \frac{2}{5!}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^5 + \ldots.$

   (C) $\frac{\pi a}{180} + \frac{1}{3}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^3 + \frac{2}{5}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^5 + \ldots.$

   (D) $\frac{\pi a}{180} - \frac{1}{3!}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^3 + \frac{2}{5!}\left(\frac{\pi a}{180}\right)^5 - \ldots.$

4. For any real or complex values of $\theta$, $e^{i\theta} =$ _____

   (A) $\cos \theta + i \sin \theta$ (B) $\cos \theta - i \sin \theta$

   (C) $\sin \theta + i \cos \theta$ (D) $\sin \theta - i \cos \theta$

## SECTION B

**(Question number 5 to 8, each is of 2 mark)** **8**

4

5. $\frac{1-\cosh\theta+\sinh\theta}{1+\cosh\theta-\sinh\theta} =$ _____

(A) $\coth\frac{\theta}{2}$ (B) $\tanh\frac{\theta}{2}$

(C) $\tan\frac{\theta}{2}$ (D) $\cot\frac{\theta}{2}$

6. If $\tanh\frac{x}{2}=\tan\frac{x}{2}$, then $\sec x =$ _____

(A) cosech$x$ (B) sech$x$

(C) $\cosh x$ (D) $\coth x$

7. $\tan^{-1}\left(i\frac{x-a}{x+a}\right) =$ _____

(A) $-\frac{i}{2}\log\frac{a}{x}$ (B) $\frac{i}{2}\log\frac{a}{x}$

(C) $-\frac{1}{2}\log\frac{a}{x}$ (D) $\frac{1}{2}\log\frac{a}{x}$

8. The last term in the expansion of $\sin 11\theta$ is _____ .

(A) $\sin^{11}\theta$ (B) $-11\cos\theta\ \sin^{10}\theta$

(C) $11\cos\theta\ \sin^{10}\theta$ (D) $-\sin^{11}\theta$

## SECTION C

**(Question number 9 to 14, each is of 3 mark)** **18**

9. Imaginary part of $\operatorname{cosec}(\alpha+i\beta)$ is = _____ .

(A) $\frac{2\cos\alpha\sinh\beta}{\cosh 2\beta-\cos 2\alpha}$ (B) $\frac{-2\cos\alpha\sinh\beta}{\cosh 2\alpha-\cos 2\beta}$

(C) $\frac{2\cos\alpha\sinh\beta}{\cosh 2\alpha-\cos 2\beta}$ (D) $\frac{-2\cos\alpha\sinh\beta}{\cosh 2\beta-\cos 2\alpha}$

10. $i^i$ = _____ .

(A) $e^{-\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$ (B) $e^{-\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$

(c) $e^{\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$ (B) $e^{\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$

11. $\left(\frac{1+\cos\theta-i\sin\theta}{1+\cos\theta+i\sin\theta}\right)^n$ = _____ $(n \in N)$

(A) $\cos n\theta + i\sin n\theta$ (B) $\cos n\frac{\theta}{2} - i\sin n\frac{\theta}{2}$

(C) $\cos n\theta - i\sin n\theta$ (D) $\cos n\frac{\theta}{2} + i\sin n\frac{\theta}{2}$

12. $\cos 9\theta \sec\theta$ = _____

(A) $\cos^8\theta+36\cos^6\theta\sin^2\theta+126\cos^4\theta\sin^4\theta+84\cos^2\theta\sin^6\theta+9\sin^8\theta$

(B) $\cos^8\theta-84\cos^6\theta\sin^2\theta+126\cos^4\theta\sin^4\theta-36\cos^2\theta\sin^6\theta+9\sin^8\theta$

(C) $\cos^8\theta+84\cos^6\theta\sin^2\theta+126\cos^4\theta\sin^4\theta+36\cos^2\theta\sin^6\theta+9\sin^8\theta$

(D) $\cos^8\theta-36\cos^6\theta\sin^2\theta+126\cos^4\theta\sin^4\theta-84\cos^2\theta\sin^6\theta+9\sin^8\theta$

13. $\cosh^{-1}(\coth\theta)$ = _____

(A) $\log\coth\frac{\theta}{2}$ (B) $\log\cot\frac{\theta}{2}$

(C) $\log\tanh\frac{\theta}{2}$ (D) $\log\tan\frac{\theta}{2}$

14. If $\sin(u+iv) = x+iy$, then $\frac{x^2}{\sin^2 u}$ = _____

(A) $1-\frac{y^2}{\cos^2 u}$ (B) $1+\frac{y^2}{\cos^2 u}$

(C) $-1-\frac{y^2}{\cos^2 u}$ (D) $-1+\frac{y^2}{\cos^2 u}$

## SECTION D

**(Question number 15 to 18, each is of 5 mark)** **20**

15. If $\sinh(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$, *then* $\cos^4\phi =$ _____

(A) $\cos^2\theta$ (B) $\cos^2\alpha$

(C) $\sin^2\alpha$ (D) $\sin^2\theta$

16. Real part of $\log_e \sin(x + iy)$ is _____ .

(A) $\frac{1}{2}\log_e\left[\frac{\cosh 2x - \cos 2y}{2}\right]$ (B) $\frac{1}{2}\log_e\left[\frac{\cosh 2y + \cos 2x}{2}\right]$

(C) $\frac{1}{2}\log_e\left[\frac{\cosh 2y - \cos 2x}{2}\right]$ (D) $\frac{1}{2}\log_e\left[\frac{\cosh 2x + \cos 2y}{2}\right]$

17. If $\alpha$ and $\beta$ are the roots of the equation $x^2 - 2x+4=0$ then $\alpha^n + \beta^n =$ _____ $(n \in N)$

(A) $2^{n+1}\cos\frac{n\pi}{3}$ (B) $2^{n-1}\cos\frac{n\pi}{3}$

(C) $2^{n+1}\cos\frac{n\pi}{6}$ (D) $2^{n-1}\cos\frac{n\pi}{6}$

18. $\lim_{\theta\to 0}\frac{b^2\sin^2 a\theta - a^2\sin^2 b\theta}{b^2\tan^2 a\theta - a^2\tan^2 b\theta} =$ _____

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{b}{a}$

(C) $\frac{b}{a}$ (D) $-\frac{1}{2}$

_____

# RAN-1903000202030031

## F.Y.B.Sc. (Sem. II) Examination

## March / April - 2019

## Mathematics Paper - MTH-201

## (Theory of Matrices)

## (Old or New to be mentioned where necessary)



**સૂચના : / Instructions**

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
**Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book**

Name of the Examination:

☛ F.Y.B.Sc. (Sem. II)

Name of the Subject :

☛ Mathematics Paper - MTH-201 (Theory of Matrices)

Subject Code No.: 1903000202030031

Seat No.:

Student's Signature

(૧) દરેક પ્રશ્ન ફરજીયાત છે.

(૨) જમણી બાજુનાં અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ સૂચવે છે.

(૩) પ્રચલિત સંકેતોને અનુસરો.

Q.1 નીચેના ટૂંકા પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (ગમે તે પાંચ) (10)

(૧) હર્મેટિઅન શ્રેણિક ની વ્યાખ્યા આપો અને એક 3 x 3 વિસંમિત શ્રેણિકનું ઉદાહરણ આપો.

(૨) જો $A=\begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$ અને $B=\begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $AB=-BA$

(૩) જો $A=\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 14 & 14 \end{bmatrix}$ હોય તો A પર હાર પ્રક્રિયા $R_{4,1}\left(\frac{1}{2}\right)$ કરતાં મળતો શ્રેણિક લખો.

(૪) વ્યાખ્યા આપો. : (i) શ્રેણિકનો વ્યસ્ત (ii) સામાન્ય શ્રેણિક

(૫) સમીકરણોની સંહતિને ક્યારે અસંગત કહેવાય? અસમપરિમાણ સંહતિ $AX=B$ અનન્ય ઉકેલ હોવા માટેની શરત લખો.

(૬) જો $A = [a_{ij}]_{nxn}$ હોય તો દર્શાવો કે $Trac(\lambda A) = \lambda\, Trac(A);\ \lambda \in R$.

(૭) સાબિત કરો કે શ્રેણિકનાં આપેલા આત્મ-સદિશને સંગત અનન્ય આત્મ-મૂલ્ય પ્રા

(૮) અનુરૂપ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા આપો અને દર્શાવો કે જો $B$ એ $A$ ને અનુરૂપ શ્રેણિક
તો $A$ એ $B$ ને અનુરૂપ શ્રેણિક છે.

Q.2 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી ગમે તે બે નાં જવાબ આપો.

(a) સાબિત કરો કે દરેક ચોરસ શ્રેણિક $A$ ને અનન્ય રીતે $P + iQ$ વડે દર્શાવી શકાય
જ્યાં $P$ અને $Q$ હર્મેટિઅન શ્રેણિકો છે.

(b) 'શ્રેણિકોના ગુણાકારના પ્રતિ-શ્રેણિકનો પ્રતિ નિયમ' લખો અને $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ માટે તેનું સમર્થન કરો.

(c) (i) જો $A$ સંમિત શ્રેણિક હોય તો કોઇપણ શ્રેણિક $B$ માટે દર્શાવો કે $BAB^T$ સં
શ્રેણિક છે.

(ii) કોઇપણ શ્રેણિક $A$ માટે દર્શાવો કે $AA^\theta$ અને $A^\theta A$ બંને હર્મેટિઅન શ્રેણિકો

Q.3 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી ગમે તે બે નાં જવાબ આપો.

(a) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \\ -1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક પ્રાથમિક હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ
શોધો.

(b) પ્રાથમિક હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ને હાર સ
સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(c) પ્રાથમિક હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & -4 & 1 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & -1 & 7 \\ 3 & 4 & -2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
નો હાર-કોટ્યાંક શોધો.

Q.4 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી ગમે તે બે નાં જવાબ આપો.

(a) નીચે આપેલ સમપરિમાણ સંહતિનો ઉકેલ હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને મેળ

$$x + 3y + 2z = 0$$
$$2x - y + 3z = 0$$

$3x - 5y + 4z = 0$
$x + 17y + 4z = 0$

(b) આપેલ અસમપરિમાણ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ શક્ય હોય તો હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને મેળવો.

$2x - y + 3z = 8$
$-x + 2y + z = 4$
$3x + y - 4z = 0$



(c) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ ને અનુરૂપ વિકણી શ્રેણિક મેળવો.

Q.5 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી ગમે તે બે નાં જવાબ આપો. (10)

(a) લાક્ષણિક શ્રેણિક ની વ્યાખ્યા આપો તેમજ સાબિત કરો કે અનુરૂપ શ્રેણિકોના આત્મ મૂલ્ય સમાન હોય છે.

(b) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ માટે કેલી-હેમિલ્ટન પ્રમેયનું સમર્થન કરશે.

(b) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ ના આત્મમૂલ્ય શોધો તથા સૌથી નાના આત્મમૂલ્યને સંગત આત્મસદિશ મેળવો.

## ENGLISH VERSION

**Instructions:**

(1) All questions are compulsory
(2) Digits to the right of each question indicate its marks.
(3) Follow usual symbols.

Q.1 Answer any FIVE as directed. (10)

(1) Give definition of Hermitian matrix and give an illustration of 3 x 3 Skew - symmetric matrix.

(2) If $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ then show that $AB = -BA$.

(3) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 14 & 14 \end{bmatrix}$ then write the matrix after performing the operation $R_{4,1}\left(\frac{1}{2}\right)$

(4) Define : (i) Inverse of a matrix (ii) Non-singular Matrix

(5) When does a system of equations call inconsistent ? Write the condition for a Non-Homogeneous system $AX = B$ to have unique solution.

(6) If $A = [a_{ij}]_{nxn}$ then show that $Trac\ (\lambda A) = \lambda\ Trac\ (A)$; $\lambda \in R$.

(7) Prove that unique eigen-value is obtained corresponding to given eigen-vector for a matrix.

(8) Define similar matrices and if B is similar matrix to A then prove that A is similar matrix to B.

Q.2 Answer any TWO from the following. (1

(a) Prove that any square matrix A can be uniquely expressed as $P+iQ$; where both P and Q are Hermitian matrices.

(b) State The Reversal Law for the Transpose of product of matrices', for the matrices and verify it for $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(c) (i) If A is a symmetric matrix then for any matrix B show that $BAB^T$ is also a symmetric matrix.

(ii) For any matrix $A$ show that $AA^{\theta}$ and $A^{\theta}A$ are Hermitian matrices

Q.3 Answer any TWO from the following. (1

(a) Find the inverse of matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \\ -1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ by applying Elementary Row-Operations.

(b) By applying Elementary Row-Operations express matrix $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ in to the Row-Reduced Echelon form.

(c) By applying Elementary Row-Operations find Row-rank of

matrix $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & -4 & 1 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & -1 & 7 \\ 3 & 4 & -2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Q.4 Answer any TWO from the following. (10)

(a) Find the solution to the following Homogeneous system using Elementary Row-Operations.

$x + 3y + 2z = 0$

$2x - y + 3z = 0$

$3x - 5y + 4z = 0$

$x + 17y + 4z = 0$



(b) Find the solution to the given Non-Homogeneous system of equations if exists using Elementary Row-Operations.

$2x - y + 3z = 8$

$-x + 2y + z = 4$

$3x + y - 4z = 0$

(c) Obtain the similar diagonal matrix for matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

Q.5 Answer any TWO from the following. (10)

(a) Define characteristic matrix and prove that the eigen-values of two similar matrices are same.

(b) Verify Cayley-Hamilton theorem for matrix $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

(c) Find eigen-values of matrix $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$. Also find the eigen vector corresponding to the smallest eigen-value.

———

RAN-1903000202030032

# RAN-1903000202030032

## First Year B.Sc. (Sem.-II) Examination

## March / April - 2019

## Mathematics Paper: MTH-202- Integral calculus and Differential Equations.



**Time: 2 Hours ]** **[ Total Marks: 50**

**સૂચના : / Instructions**

(1)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
**Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book**

Name of the Examination:

☛ First Year B.Sc. (Sem.-II)

Name of the Subject :

☛ Mathematics Paper: MTH-202- Integral calculus and Differential Equations.

Subject Code No.: 1903000202030032

Seat No.:

Student's Signature

(2) બધા જ પ્રશ્નો ફરજીયાત છે.

(3) દરેક પ્રશ્નની જમણી બાજુ ગુણ દર્શાવેલ છે.

(4) સામાન્ય સંકેતોને અનુસરો.

1. નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો. (ગમે તે પાંચ) 10

(1) મૂલ્ય શોધો : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^5 2x \, dx$

(2) મૂલ્ય શોધો : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^6 x \cos^7 x \, dx$

(3) વક્ર $x = y$ ની બિંદુઓ $y = 1$ થી $y = 3$ સુધીની ચાપની લંબાઈ મેળવો.

(4) વક્રનું (s,φ) સમીકરણ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(5) ઉકેલો : $y = px - e^p$

(6) વિકલ સમીકરણ $\sin x \frac{dy}{dx} + 4 \cos x\, y = 1$ નો સંકલ્યકારક અવયવ મેળવો.

(7) $\frac{1}{(D^2-1)} x^2 =$ _____

(8) $\frac{e^x x}{(D-1)} =$ ____

2. **નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો. (ગમે તે બે:)** 10

(1) $\int \text{cosec}^n x\, dx$ ; $n \in N$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો.

(2) કિંમત શોધો : (1) $\int_0^\infty \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{n}{2}}} dx$ ; $n \in N$ (2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^8 4x\, dx$

(3) શોધો : $\int \cot^7 x\, dx$

3. **નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો. (ગમે તે બે)** 10

(1) વક્ર $4y^2 = x^3$ ની બિંદુઓ ઉગમબિંદુથી બિંદુ $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ સુધીની ચાપની લંબાઈ મેળવો.

(2) વક્ર $y = a \log\left(\sec \frac{x}{a}\right)$ નું સ્વાયત્ત સમીકરણ મેળવો.

(3) વક્ર $x = a(\theta + \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$ નું (s, φ) સમીકરણ મેળવો.

4. **નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો. (ગમે તે બે)** 10

(1) લાગ્રાંજનું વિકલ સમીકરણ વ્યાખ્યાયિત કરો અને તેને ઉકેલવાની રીત સમજાવો.

(2) ઉકેલો : $x\frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$.

(3) ઉકેલો : $(\sin x \sin y + \sec^2 x)\, dx + (-\cos x \cos y + \tan^2 y)\, dy = 0$

5. **નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો. (ગમે તે બે)** 10

(1) જો $D \equiv \frac{d}{dx}$ ; $f(D) = D^n + P_1 D^{n-1} + P_2 D^{n-2} + \ldots + P_n$ ; $n \in N$, તો બતાવો કે $f(D^2)\, y = \sin ax$; $a \in R$ નો વિશિષ્ટ સંકલ $\frac{1}{f(-a^2)} \sin ax$: $f(-a^2) \neq 0$ છે.

(2) ઉકેલો : $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 2\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

(3) ઉકેલો : $\left(D^2 - (a+b)D + ab\right) y = e^{ax} + e^{bx}$, $a \neq b$

English Version

**Instructions**

1) As per the instruction no. 1 of page no. 1

2) All questions are compulsory.

3) Figures to the right indicate marks of the questions.

4.) Follow usual notations.



**1. Answer any FIVE the following questions:** **10**

(1) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^5 2x\, dx$

(2) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^6 x \cos^7 x\, dx$

(3) Find the arc length of the curve $x = y$ from the points $y = 1$ to $y = 3$.

(4) Define (s,φ) equation of the curve.

(5) Solve : $y = px - e^p$

(6) Obtain integrating factor of the differential equation $\sin x \frac{dy}{dx} + 4 \cos x\, y = 1$

(7) $\frac{1}{(D^2 - 1)} x^2 =$ _____

(8) $\frac{e^x x}{(D - 1)} =$ _____

**2. Answer any TWO of the following:** **10**

(1) Obtain the reduction formula of $\int \text{cosec}^n x\, dx\, ; n \in N$

(2) Evaluate : (1) $\int_0^{\infty} \frac{1}{(1 + x^2)^{\frac{n}{2}}} dx\, ; n \in N$ (2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^8 4x\, dx$

(3) Find : $\int \cot^7 x\, dx$

**3. Answer any TWO of the following:** **10**

(1) Obtain arc length of the curve $4y^2 = x^3$ from the origin to the point $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

(2) Find intrinsic equation of the curve $y = a \log\left(\sec \frac{x}{a}\right)$

(3) Obtain (s, φ) equation of the curve $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$

4. **Answer any TWO of the following:** **10**

(1) Define Lagrange's differential equation and explain the method to solve it.

(2) Solve : $x\frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$.

(3) Solve : $(\sin x \sin y + \sec^2 x)\, dx + (-\cos x \cos y + \tan^2 y)\, dy = 0$

5. **Answer any TWO of the following:** **10**

(1) If $D \equiv \frac{d}{dx}$ ; $f(D) = D^n + P_1 D^{n-1} + P_2 D^{n-2} + ..... + P_n$ ; $n \in N$, then show that $f(D^2)\, y = \sin ax$; $a \in R$ has a particular integral

$$\frac{1}{f(-a^2)} \sin ax;\ f(-a^2) \neq 0$$

(2) Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 2\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

(3) Solve : $\left(D^2 - (a+b)D + ab\right) y = e^{ax} + e^{bx}$, $a \neq b$

RAN-1803000201030032

**D**

# RAN-1803000201030032

## F.Y.B.Sc Semester II Examination

## March / April - 2019

## Mathematics - MTH-102

**સૂચના : / Instructions**

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
**Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book**

Name of the Examination:

☛ F.Y.B.Sc Semester II

Name of the Subject :

☛ Mathematics - MTH-102

Subject Code No.: 1803000201030032

Seat No.:

Student's Signature

*O.M.R. Sheet ભરવા અંગેની અગત્યની સૂચનાઓ આપેલ*
*O.M.R. Sheetની પાછળ છાપેલ છે.*
*Important instructions to fillup O.M.R. Sheet*
*are given on back side of the provided O.M.R. Sheet.*

(1) Section A-1 Mark each, Section B-2 Marks each,
(2) Section C-3 Marks each, Section B-5 Marks each

**1.** વક્ર $x^2 + y^2 = 4$ ના બિંદુ $(1, 2)$ આગળ વક્રતા અને વક્રતા ત્રિજ્યા _____ છે. 1

(A) $\frac{-1}{2}; 2$

(B) $\frac{1}{2}; 2$

(C) $\frac{-1}{4}; 4$

(D) $\frac{-1}{8}; 8$

**2.** જો $y = \sin x + \cos x$ તો _____ 1

(A) $y_{4n} = y\ ,\ \forall n \in N$

(B) $y_{3n} = y\ ,\ \forall n \in N$

(C) $y_{2n} = y\ ,\ \forall n \in N$

(D) $y_n = y\ ,\ \forall n \in N$

**3.** Rolle નો પ્રમેય, નીચેના વાસ્તવિક વિધેય માટે સત્ય ઠરે છે. 1

(A) $f(x) = x^2$

(B) $f(x) = |x|\ ;\ x \in [-1,1]$

(C) $f(x) = |x^3|\ ;\ x \in [-1,1]$

(D) $f(x) = x|x|\ ;\ x \in [-1,1]$

**4.** $\lim_{x \to 0} \frac{xe^x - \log(1+x)}{x^2}$ નું અનિશ્ચિત સ્વરૂપ _____ છે. 1

(A) $\frac{\infty}{\infty}$

(B) $\frac{0}{0}$

(C) $\infty - \infty$

(D) $0^\infty$

5. $f(x) = (x-3)(x-7)^2$ ; [3,7]; માટે Rolle ના પ્રમેય અનુસાર 2

(A) $\lambda = -\frac{13}{3}$

(B) $\lambda = \frac{3}{13}$

(C) $\lambda = \frac{13}{3}$

(D) $\lambda = -\frac{3}{13}$

6. $\lim_{x \to 0} x \log \tan x$ નું મુલ્ય _____ છે. 2

(A) 1

(B) 0

(C) $\frac{1}{2}$

(D) –1

7. વક્ર $y = \sin x$ ના બિંદુ $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ આગળ વકતા અને વકતા ત્રિજ્યા _____ છે. 2

(A) 1;1

(B) –1; –1

(C) –1;1

(D) 1; –1

8. જો $y = \cos(ax + b)$ ; $a\ b, x \in R$ તો $y_n =$ _____ 2

(A) $a^n \cos\left(ax + b + \frac{n\pi}{3}\right)$

(B) $a^n \sin\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

(C) $a^n \cos\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

(D) $a^n \sec\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

9. $\lim_{x \to 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\tan^2 \pi x}$ નું મુલ્ય _____ છે.

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 2

(C) $(-1)$ (D) 1

10. $y = (\log x)^3$ વક્રના વક્રતા-પરિવૃતિ બિંદુઓ _____ છે.

(A) $(1,1)$ ; $(8, 8)$

(B) $(0,1)$ ; $(8, e^2)$

(C) $(1,0)$; $(e^2, 8)$

(D) $(0,0)$; $(e^2, e^2)$

11. જો $y = x\, e^x$ તો $y_n =$ _____ .

(A) $e^x [x + n]$

(B) $e^x [x - n]$

(C) $e^x [n - x]$

(D) $x^e [n - x]$

12. જો $y = e^{ax} \sin(bx + c)$; $a,b,c, x \in R$ તો $y_n =$ _____ .

(A) $[a^2 + b^2]^{\frac{n}{2}} e^{ax} \cos\left(bx + c + \tan\left(\frac{a}{c}\right)\right)$

(B) $[a^2 + b^2]^{\frac{n}{2}} e^{ax} \cos\left(bx + c + \cot^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right)$

(C) $[a^2 + b^2]^{\frac{n}{2}} e^{ax} \sin\left(bx + c + \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right)$

(D) $[a^2 + b^2]^{\frac{n}{2}} e^{ax} \cos\left(bx + c + \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right)$

13. $f(x) = Inx$ ; $[1, e]$ માટે Lagrange ના પ્રમેય અનુસાર

(A) $\lambda = e + 1$

(B) $\lambda = e - 1$

(C) $\lambda = e$

(D) $\lambda = e - 2$

14. $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\tan 3x}$ નું મુલ્ય _____ છે. 3

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\pi$

(C) 3

(D) $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

15. $\lim_{x \to 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$; $a,b,c, \in R^+$ નું મુલ્ય _____ છે. 5

(A) $\sqrt[3]{a\,b\,c}$

(B) $\sqrt[3]{a+b+c}$

(C) $-\sqrt[3]{a\,b\,c}$

(D) $\sqrt[2]{a\,b\,c}$

16. $y^2 = x(x+3)^2$ વક્રના વક્રતા-પરિવૃતિ બિંદુઓ _____ છે. 5

(A) *(1,1) ; (1, –1)*

(B) *(1,3) ; (1, –3)*

(C) *(1,4) ; (1, –4)*

(D) *(1,9) ; (1, –9)*

17. જો $y = e^{m \cos^{-1} x}$ તો 5

(A) $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)y_{n+1} - (n^2+m^2)\,y_n = 0$

(B) $(1+x^2)y_{n+2} + (2n+1)y_{n+1} + (n^2+m^2)\,y_n = 0$

(C) $(1+x^2)y_{n+2} - (2n-1)y_{n+1} - (n^2-m^2)\,y_n = 0$

(D) $(1+x)y_{n+2} - (2n-1)y_{n+1} - (n-m)\,y_n = 0$

18. $f(x) = x^2$ ; $g(x) = x$ , $x \in [a, b]$ હોય તો Cauchy ના પ્રમેય અનુસાર 5

(A) $\lambda = \frac{b \cdot a}{2}$

(B) $\lambda = \frac{b-a}{2}$

(C) $\lambda = \frac{a+b}{2}$

(D) $\lambda = a+b$

## ENGLISH VERSION

(1) Section A-1 Mark each, Section B-2 Marks each,
(2) Section C-3 Marks each, Section B-5 Marks each

**1.** The curvature & radius of curvature for the curve $x^2 + y^2 = 4$ at the point $(1, 2)$ is _____ . **1**

(A) $\frac{-1}{2}; 2$

(B) $\frac{1}{2}; 2$

(C) $\frac{-1}{4}; 4$

(D) $\frac{-1}{8}; 8$

**2.** If $y = \sin x + \cos x$ then _____ **1**

(A) $y_{4n} = y\ ,\ \forall n \in N$

(B) $y_{3n} = y\ ,\ \forall n \in N$

(C) $y_{2n} = y\ ,\ \forall n \in N$

(D) $y_n = y\ ,\ \forall n \in N$

**3.** By Rolle's theorem, for a real valued function $f$, the following is true **1**

(A) $f(x) = x^2$

(B) $f(x) = |x|\ ;\ x \in [-1,1]$

(C) $f(x) = |x^3|\ ;\ x \in [-1,1]$

(D) $f(x) = x|x|\ ;\ x \in [-1,1]$

**4.** The indeterminate form of $\lim_{x \to 0} \frac{xe^x - \log(1+x)}{x^2}$ is _____ . **1**

(A) $\frac{\infty}{\infty}$

(B) $\frac{0}{0}$

(C) $\infty - \infty$

(D) $0^\infty$

5. According to Rolle's theorem $f(x) = (x-3)(x-7)^2$ ; [3,7] 2

(A) $\lambda = -\frac{13}{3}$

(B) $\lambda = \frac{3}{13}$

(C) $\lambda = \frac{13}{3}$

(D) $\lambda = -\frac{3}{13}$

6. The value of $\lim_{x \to 0} x \log \tan x$ is _____. 2

(A) 1 (B) 0

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-1$

7. The curvature & radius of curvature y = sin x at the point $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ is _____. 2

(A) 1;1

(B) $-1; -1$

(C) $-1;1$

(D) $1; -1$

8. If $y = \cos(ax + b)$ ; $a\ b, x \in R$ then $y_n$ = _____ 2

(A) $a^n \cos\left(ax + b + \frac{n\pi}{3}\right)$

(B) $a^n \sin\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

(C) $a^n \cos\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

(D) $a^n \sec\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

9. The value of $\lim_{x \to 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\tan^2 \pi x}$ is _____. 3

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 2

(C) $(-1)$ (D) 1

10. The points of inflexion of the curve $y = (\log x)^3$ are _____ .

(A) $(1,1)$ ; $(8, 8)$

(B) $(0,1)$ ; $(8, e^2)$

(C) $(1,0)$; $(e^2, 8)$

(D) $(0,0)$; $(e^2, e^2)$

11. If $y = x\, e^x$ then $y_n =$ _____ .

(A) $e^x [x + n]$

(B) $e^x [x - n]$

(C) $e^x [n - x]$

(D) $x^e [n - x]$

12. If $y = e^{ax} \sin(bx + c)$; $a,b,c,\ x \in R$ then $y_n =$ _____ .

(A) $[a^2 + b^2]^{\frac{n}{2}} e^{ax} \cos\left(bx + c + \tan\left(\frac{a}{c}\right)\right)$

(B) $[a^2 + b^2]^{\frac{n}{2}} e^{ax} \cos\left(bx + c + \cot^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right)$

(C) $[a^2 + b^2]^{\frac{n}{2}} e^{ax} \sin\left(bx + c + \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right)$

(D) $[a^2 + b^2]^{\frac{n}{2}} e^{ax} \cos\left(bx + c + \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right)$

13. If $f(x) = Inx$ ; $[\ 1,\ e]$ then Lagrange's theorem

(A) $\lambda = e + 1$

(B) $\lambda = e - 1$

(C) $\lambda = e$

(D) $\lambda = e - 2$

14. The value of $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\tan 3x}$ is _____ .

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\pi$

(C) 3

(D) $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

15. The value of $\lim_{x \to 0} \left( \frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}$ ; $a,b,c, \in R^+$ is _____. 5

(A) $\sqrt[3]{a\,b\,c}$

(B) $\sqrt[3]{a+b+c}$

(C) $-\sqrt[3]{a\,b\,c}$

(D) $\sqrt[2]{a\,b\,c}$

16. The points of inflexion of the curve $y^2 = x(x+3)^2$ are _____. 5

(A) *(1,1) ; (1, –1)* (B) *(1,3) ; (1, –3)*

(C) *(1,4) ; (1, –4)* (D) *(1,9) ; (1, –9)*

17. If $y = e^{m \cos^{-1} x}$ then 5

(A) $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)y_{n+1} - (n^2+m^2)\,y_n = 0$

(B) $(1+x^2)y_{n+2} + (2n+1)y_{n+1} + (n^2+m^2)\,y_n = 0$

(C) $(1+x^2)y_{n+2} - (2n-1)y_{n+1} - (n^2-m^2)\,y_n = 0$

(D) $(1+x)y_{n+2} - (2n-1)y_{n+1} - (n-m)\,y_n = 0$

18. If $f(x) = x^2$ ; $g(x) = x$ , $x \in [a, b]$ 5

(A) $\lambda = \frac{b \cdot a}{2}$ (B) $\lambda = \frac{b-a}{2}$

(C) $\lambda = \frac{a+b}{2}$ (D) $\lambda = a + b$

---